TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fachrichtung Mathematik • Institut für Algebra • Prof. Dr. Bernhard Ganter

Einführung in die Mathematik für Informatiker WS 2009/10
Vorlesung Diskrete Strukturen

5. Übungsblatt für die Woche 16.11. - 20.11.2009

Rechnen modulo n

DS-Ü25 Berechnen Sie mit der Methode square and multiply:
(i) $3^{201} \bmod 11$ (ii) $60^{293} \bmod 19$ (iii) $(6^{202} + 4^{103}) \bmod 11$.

DS-Ü26 (a) Geben Sie das multiplikativ Inverse von m in $\mathbb{Z}_n$ an:
(i) $m = 59,\ n = 101$, (ii) $m = 19,\ n = 51$, (iii) $m = 170,\ n = 3003$
(b) Für welche $a \in \mathbb{Z}_7$ gilt $a^{10} \equiv a \pmod 7$ bzw. $a^{13} \equiv a \pmod 7$?

DS-Ü27 (a) Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler zu den Zahlen 154 und 41, und stellen Sie diesen als Linearkombination $\alpha \cdot 154 + \beta \cdot 41$ dar, wobei $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$.
(b) Ermitteln Sie eine Zahl $x \in \mathbb{Z}_{41}$ mit $154 \cdot x \equiv 5 \pmod{41}$.
(c) Das folgende Gleichungssystem ist in $\mathbb{Z}_{41}$ lösbar. Geben Sie eine Lösung an.

$$\begin{array}{rcrcr} 7x & + & 2y & = & 20 \\ 6x & + & 11y & = & 4 \end{array}$$

(d) Finden Sie eine ganze Zahl x für die gilt $7^x \equiv 20 \pmod{41}$.

DS-H28 Berechnen Sie mit der Methode square and multiply:
(i) $42^{1025} \bmod 31$ (ii) $19^{289} \bmod 21$ (iii) die letzten beiden Ziffern von 2^{331}.

DS-H29 (a) Ermitteln Sie in $\mathbb{Z}_{17}$ die folgenden Werte:

$$3^{10} - 3^{14}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{11}{5}, \quad \frac{4}{12}, \quad \frac{3^{10} + 3^{14}}{3^{12} + 3^{15}}, \quad \log_3 15$$

DS-H30 (a) Berechnen Sie $17^{-1} \bmod 101$ und $357^{-1} \bmod 1234$.
(b) Lösen Sie $17 \cdot x \equiv 4 \pmod{101}$ und $357 \cdot x \equiv 4 \pmod{1234}$.
(c) Geben Sie die Anzahl der zu 101 und zu 1234 teilerfremden Zahlen an, die jeweils kleiner sind als diese.