



Einführung in die Mathematik für Informatiker WS 2009/10
Vorlesung Diskrete Strukturen

10. Übungsblatt für die Woche 4.12. - 8.1.2010
Graphen und Eulersche Polyederformel

DS-Ü55 Mit V sei die Menge derjenigen natürlichen Zahlen bezeichnet, die kleiner als 20 und zu 20 teilerfremd sind, also

$$V := \{n \in \mathbb{N} \mid n < 20, \text{ggT}(n, 20) = 1\}.$$

Auf der Menge V ist eine Relation R wie folgt definiert:

$$(a, b) \in R :\iff \text{ggT}(a - b, 20) = 2.$$

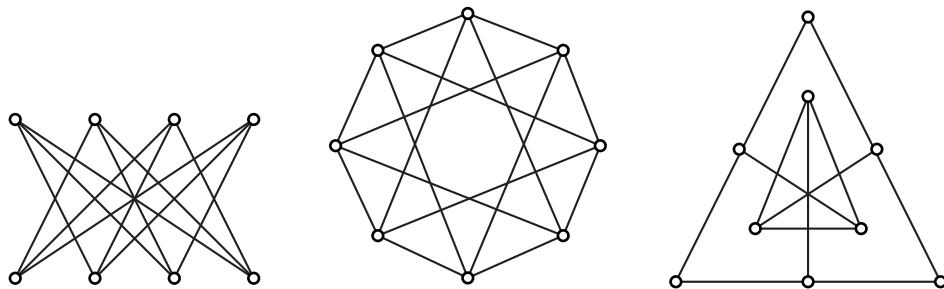
- Geben Sie die Menge V an.
- Schreiben Sie die Relation R als Menge von Paaren auf.
- Zeichnen Sie ein Diagramm des Graphen (V, E) mit der Kantenmenge

$$E := \{\{a, b\} \mid (a, b) \in R\}.$$

DS-Ü56 Die Oberfläche eines Fußballs ist aus Fünfecken und Sechsecken zusammengesetzt. Man kann den Fußball durch ein ebenes Graphendiagramm mit 60 Ecken darstellen, in dem sich in jeder Ecke genau zwei Sechsecke und ein Fünfeck treffen.

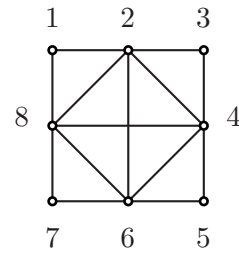
- Berechnen Sie die Kantenanzahl des zugehörigen Graphen und bestimmen Sie die Anzahl der Fünfeckflächen und die Anzahl der Sechseckflächen in einem zugehörigen ebenen Diagramm.
- Ist es möglich, dass die Oberfläche eines „Fußballs“ nur aus Fünfecken bzw. nur aus Sechsecken besteht, wenn in jeder Ecke genau drei Flächen zusammentreffen?

DS-Ü57 (a) Sind die durch die folgenden Diagramme gegebenen Graphen planar?



- Für welches n , $n \in \mathbb{N}$ ($n > 2$) sind vollständige Graphen planar?

DS-H58 In der nebenstehenden Abbildung ist das Diagramm eines Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ gegeben.

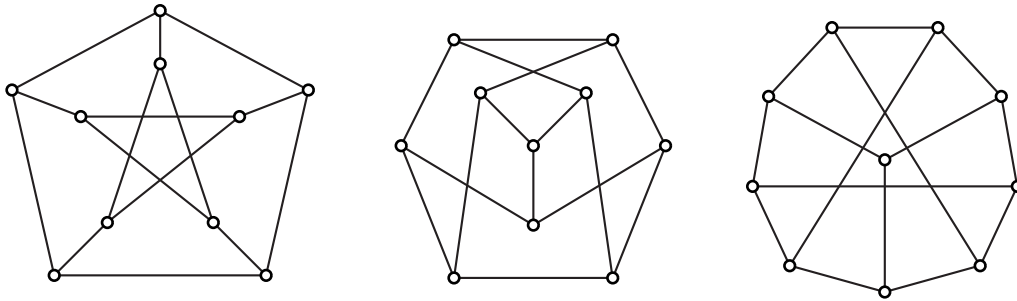


Für den Graphen $G_2 = (V_2, E_2)$ gelte:

- $V_1 = V_2$
- $(\{x, y\} \in E_2 \iff \{x, y\} \notin E_1)$ für alle $x, y \in V_2 (x \neq y)$.

Zeichnen Sie ein ebenes Diagramm des Graphen G_2 .

DS-H59 Ist es möglich, in den angegebenen Graphendiagrammen die Ecken so zu beschriften, dass jeweils der gleiche Graph entsteht?



DS-H60 (a) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Es gibt einen Graphen mit 7 Ecken, in dem alle Ecken den Eckengrad 3 haben.

- (b) Aus einem gewöhnlichen Würfel konstruiere man einen Graphen wie folgt: Die Ecken des Graphen seien die Flächen des Würfels. Zwei Ecken bilden eine Kante, wenn die zugehörigen Würfelflächen zwei Würfecken gemeinsam haben.

Zeichnen Sie ein ebenes Diagramm dieses Graphen. Wieviele Flächen hat es?