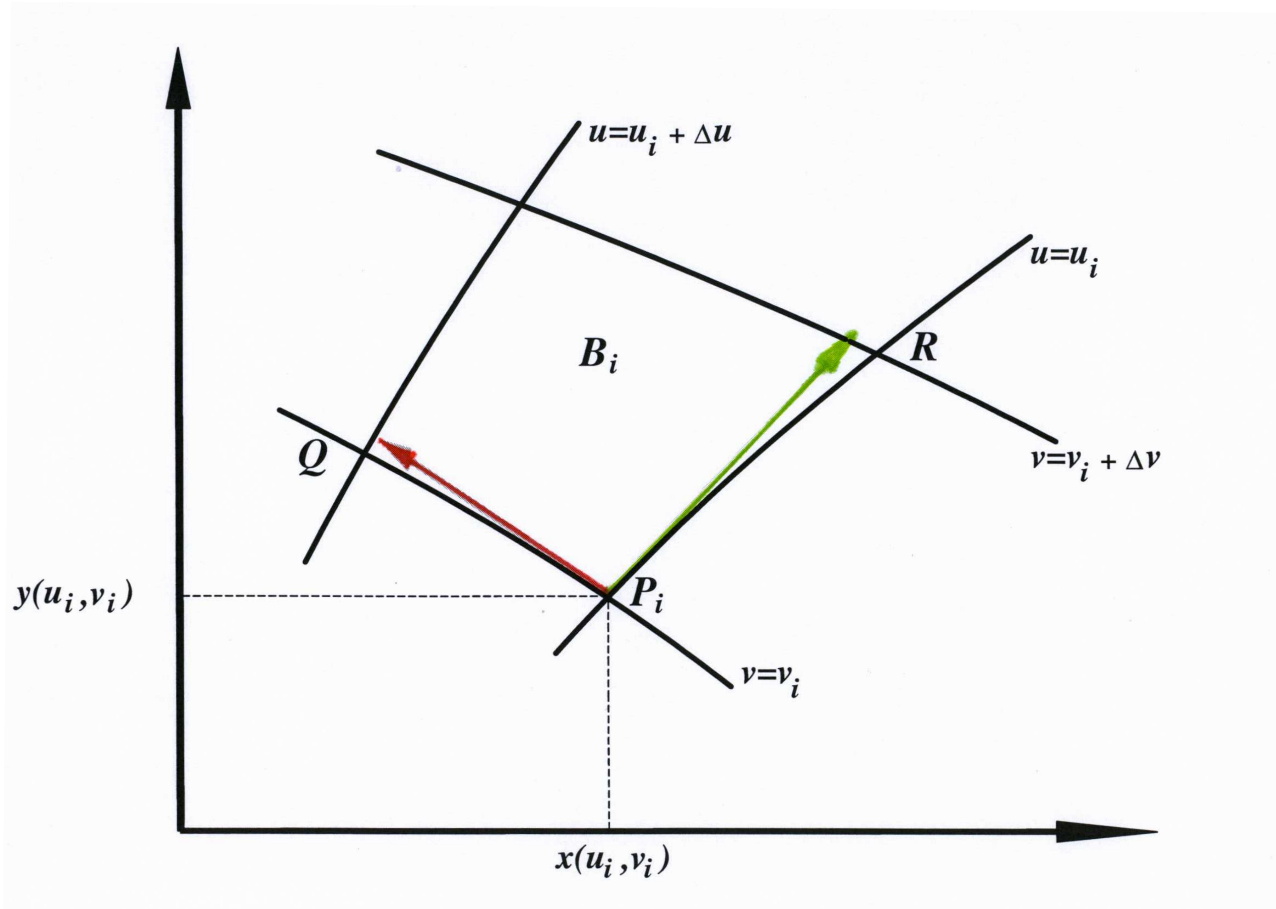
Krummlinige Koordinaten



$$\overrightarrow{P_iQ} = \begin{pmatrix} x(u_i+\Delta u, v_i) - x(u_i, v_i) \\ y(u_i+\Delta u, v_i) - y(u_i, v_i) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u}(u_i, v_i)\Delta u \\ \frac{\partial y}{\partial u}(u_i, v_i)\Delta u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_u(u_i, v_i) \\ y_u(u_i, v_i) \end{pmatrix} \cdot \Delta u$$

Der rechtsstehende Vektor ist der **Tangentialvektor** an die Koordinatenlinie $v = v_i$. Analog ergibt sich

$$\overrightarrow{P_iR} \approx \begin{pmatrix} x_v(u_i, v_i) \\ y_v(u_i, v_i) \end{pmatrix} \cdot \Delta v$$

Der Flächeninhalt des von den Vektoren $\binom{x_u(u_i,v_i)}{y_u(u_i,v_i)}$ und $\binom{x_v(u_i,v_i)}{y_v(u_i,v_i)}$ aufgespannten Parallelogramms ist gleich dem Betrag der Determinante

$$\begin{vmatrix} x_u(u_i, v_i) & x_v(u_i, v_i) \\ y_u(u_i, v_i) & y_v(u_i, v_i) \end{vmatrix} =: \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$$

$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ heißt **Funktionaldeterminante** der Transformation

$$\begin{aligned} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \end{aligned}$$